2022-2023学年第二学期算法课期中大作业题目和要求

(题目发布和作业提交在Canvas上)

要求：

（1）以电子文档形式提交，需要提交的内容包括报告和源码，报告主要内容包括题目、算法思想、选择编程语言及环境、系统的输入输出运行结果、算法分析、其他说明（包括但不限于求解过程中遇到的问题及如何解决、体会等）；

（3）输入输出可以采用文件的形式；

（4）提交格式：所有提交文件压缩在一个压缩文件中，文件名格式：学号+姓名+期中大作业.xxx；(Canvas)

（5）大作业提交截止时间：2022年11月23日。

一、选择问题

**问题定义：**给定线性序集中n个元素和一个整数k，1≤k≤n，要求找出这n个元素中第k小的元素，（这里给定的线性集是无序的）。下面三种是可行的方法：

（1）**基于堆的选择：**不需要对全部n个元素排序，只需要维护k个元素的最大堆，即用容量为k的最大堆存储最小的k个数，总费时O（k+（n-k）\*logk）

（2）**随机划分线性选择** (教材上的RandomizedSelect)：在最坏的情况下时间复杂度为O(n2),平均情况下期望时间复杂度为O(n)。

（3）**利用中位数的线性时间选择**：选择中位数的中位数作为划分的基准，在最坏情况下时间复杂度为O(n) 。

**请给出以上三种方法的算法描述，用你熟悉的编程语言实现上述三种方法。并通过实际用例测试，给出三种算法的运行时间随k和n变化情况的对比图（表）。**

二、主元素问题

设A是含有n个元素的数组，如果元素x在A中出现的次数大于n/2，则称x是A的主元素，

（1）如果A中的元素是可以排序的，设计一个O(nlogn)时间的算法，判断A中是否存在主元素；

（2）对于（1）中可排序的数组，能否设计一个O(n)时间的算法；

（3）如果A中元素只能进行“是否相等”的测试，但是不能排序，设计一个算法判断A中是否存在主元素。

三、博物馆警卫巡逻问题

凸多边形是每个内角小于180度的多边形。

博物馆是具有n个顶点的凸多边形的形状。博物馆由警卫队通过巡逻来确保馆内物品的安全。博物馆的安全保卫工作遵循以下规则，以尽可能时间经济的方式确保最大的安全性：

（1）警卫队中每个警卫巡逻都沿着一个三角形的路径；该三角形的每个顶点都必须是多边形的顶点。

（2）警卫可以观察其巡逻路径三角形内的所有点，并且只能观察到这些点；我们说这些点由该警卫守护并覆盖。

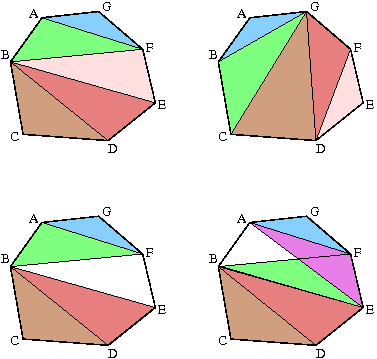
（3）博物馆内的每一处都必须由警卫人员守护。

（4）任何两个警卫巡逻所在的三角形在其内部不会重叠，但它们可能具有相同的边。

在这些限制条件下，警卫的成本是警卫巡逻所沿路径的三角形的周长。

我们的目标是找到一组警卫，以使警卫队的总成本（即各个警卫的成本之和）尽可能小。给定博物馆顶点的x坐标和y坐标以及这些顶点沿博物馆边界的顺序，设计一种算法求解该问题，并给出算法的时间复杂性。

请注意，我们并未试图最小化警卫人数。我们希望使警卫队巡逻的路线的总长度最小化，假定任何线段的长度都是线段端点之间的欧式距离，并且可以在常数时间内计算该长度。



上面是说明本问题的四个图形。博物馆是多边形ABCDEFG（顶点的逆时针序）。每个彩色（阴影）三角形对应一个警卫，

上面的两个图显示了一组警卫（它们的三角形），它们满足安全保卫规则。在左上方，警卫队巡逻了三角形AFG（蓝色），ABF（绿色），BEF（淡红色），BDE（浅红色）和BCD（棕色）的边界。在右上方，守卫巡逻ABG（蓝色），BCG（绿色），CDG（棕色），DFG（浅红色）和DEF（浅红色）。

底部的两个图显示了一组不满足这些规则的三角形：在左下图中，博物馆的一部分没有任何警卫守护（覆盖）（无阴影三角形BEF），而在右下图中，粉色三角形（AEF）和绿色三角形（BEF）相交。